解析学II

近藤弘一

最終更新日：平成14 年12 月18 日

目 次

1 偏微分 **1**
1.1 2 変数関数 . . . 1
1.2 極限 . . . 2
1.3 連続性 . . . 3
1.4 偏微分 . . . 4
1.5 高階偏導関数 . . . 5
1.6 ランダウの記号 . . . 6
1.7 全微分 . . . 7
1.8 合成関数の導関数 . . . 8
1.9 斜交座標 . . . 9
1.10 極座標 . . . 10
1.11 方向微分 . . . 11
1.12 ライプニッツ則 . . . 12
1.13 テイラー展開 . . . 13
1.14 陰関数 . . . 14
1.15 接平面 . . . 15
1.16 極値 . . . 16
1.17 条件付き極値問題 . . . 17

2 多重積分 **18**
2.1 多重積分 . . . 19
2.2 累次積分 . . . 20
2.3 多重積分の変数変換 . . . 21
2.4 線積分 . . . 22

3 微分方程式 **23**
3.1 常微分方程式 24
3.2 変数分離型常微分方程式 25
3.3 同次有理式型常微分方程式 26
3.4 線形常微分方程式 27
3.5 ベルヌーイの常微分方程式 28
3.6 定数係数線形常微分方程式 29

1 偏微分

§ 1.1 2 変数関数

定義 (2 変数関数)

$$z = f(x, y) \tag{1.1.1}$$

x, y は独立変数，z は従属変数．

□

例 (2 変数関数の具体例)

$$f(x, y) = x^2 + 5xy + 2y^2 \tag{1.1.2}$$

$$f(2, -3) = (2)^2 + 5(2)(-3) + 2(-3)^2 = -8 \tag{1.1.3}$$

□

定義 (定義域)　$z = f(x, y)$ の定義域 (**domain**) D は xy 平面上の領域である．境界を含む場合を閉領域 (**closed domain**) と呼び，境界を含まない場合を開領域 (**open domain**) と呼ぶ．

□

例 (定義域の具体例)

$$D_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq a^2\} \tag{1.1.4}$$

$$D_2 = \{(x, y) | x^2 + y^2 < a^2\} \tag{1.1.5}$$

D_1 は原点を中心とする半径 a の円の境界とその内部の領域．D_2 は原点を中心とする半径 a の円の内部の領域．

□

§ 1.2 極限

定義（極限）　定義域内の点 $P(x,y)$ を点 $A(a,b)$ に近づける．ただし $(x,y) \neq (a,b)$ とする．このとき，近づけ方に依らず関数 $f(x,y)$ の値が同じ一つの値 c に近づくならば，$f(x,y)$ は極限 c が存在するという．

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = c \tag{1.2.1}$$

□

§ 1.3 連続性

§ 1.4 偏微分

§ 1.5 高階偏導関数

§ 1.6 ランダウの記号

§ 1.7 全微分

§ 1.8 合成関数の導関数

§ 1.9 斜交座標

§ 1.10 極座標

§ 1.11 方向微分

§ 1.12 ライプニッツ則

§ 1.13 テイラー展開

§ 1.14 陰関数

§ 1.15 接平面

§ 1.16 極値

§ 1.17 条件付き極値問題

2　多重積分

§ 2.1 多重積分

§ 2.2 累次積分

§ 2.3 多重積分の変数変換

§ 2.4 線積分

3 微分方程式

§ 3.1 常微分方程式

§ 3.2 変数分離型常微分方程式

§ 3.3 同次有理式型常微分方程式

§ 3.4 線形常微分方程式

§ 3.5 ベルヌーイの常微分方程式

§ 3.6 定数係数線形常微分方程式