

次の問 [I], [II], [III] (加点 [IV]) に答えよ .

[I] 関数 $z = f(x, y) = 2x^2 - 4xy + 3y^2$ を考える .

このとき次の問 (1)–(8) (加点 (9)–(11)) に答えよ .

(1) 偏導関数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$, $f_{xx}(x, y)$, $f_{yy}(x, y)$, $f_{xy}(x, y)$ を求めよ .

(2) 点 $(1, -2)$ における偏微係数 $f_x(1, -2)$, $f_y(1, -2)$, $f_{xx}(1, -2)$, $f_{yy}(1, -2)$, $f_{xy}(1, -2)$ を求めよ .

(3) 関数 $f(x, y)$ を点 $(1, -2)$ のまわりで点 (x, y) についてテイラー展開せよ . ただし , 展開は有限項で打ち切られるまで高次の展開をせよ .

(4) 3 次元空間 xyz 内の曲面 $z = f(x, y)$ を考える .

点 $(x, y) = (1, -2)$ における接平面の方程式を求めよ .

(5) 全微分 dz を求めよ .

(6) 関数 $f(x, y)$ の極値を求めよ .

(7) 独立変数を $x = t$, $y = \frac{1}{t}$ と変換するとき ,

導関数 $\frac{dz(t)}{dt}$ を求めよ .

(8) 条件 $f(x, y) = 0$ により定義される陰関数 $y = \varphi(x)$ の導関数 φ' を求めよ .

(9) (加点) 独立変数を $x = u + v$, $y = u - v$ と変換するとき , 偏導関数 $\frac{\partial z(u, v)}{\partial u}$, $\frac{\partial z(u, v)}{\partial v}$ を求めよ .

(10) (加点) 条件 $\zeta^2 + x\zeta + y\zeta = f(x, y)$ により定義される陰関数 $\zeta = \psi(x, y)$ の偏導関数 ψ_x , ψ_y を求めよ .

(11) (加点) 関数 $g(x, y) = \frac{f(x, y)}{x + y}$ ($(x, y) \neq (0, 0)$) を考える .

このとき原点 $(0, 0)$ で $g(x, y)$ が連続となるためには , $g(0, 0)$ をどのように定義すれば良いか述べよ .

[II] 次の問 (1)–(3) (加点 (4)) に答えよ .

(1) 多重積分 $I = \iint_D x e^y dx dy$,

$D = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 1\}$ を求めよ .

(2) 多重積分 $I = \iint_D xy dx dy$,

$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2, x \geq 0, y \geq 0\}$ を求めよ .

(3) 線積分 $I = \int_C 2xy dx + (x + x^2) dy$,

$C = \{(x, y) \mid x = \cos t, y = \sin t, t : 0 \rightarrow 2\pi\}$ を求めよ .

(4) (加點) 多重積分 $V(a) = \iiint_{D(a)} dx dy dz,$
 $D(a) = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2\}, a > 0$ を求めよ.
 また $\frac{\partial V}{\partial a}$ を求めよ.

[III] 次の問 (1)–(2) に答えよ.

- (1) 微分方程式 $y' = (2x - 1)y$ の一般解を求めよ.
 (2) 微分方程式 $y'' + 2y' + 5y = 0$ の一般解を求めよ.

[IV] (加點) 次の表にギリシャ文字の小文字を書け.

alpha	beta	gamma	delta	epsilon	zeta	eta	theta	iota	kappa	lambda	mu
nu	xi	omicron	pi	rho	sigma	tau	upsilon	phi	chi	psi	omega