解析学II（近藤）　小テスト#10（2002年12月19日）

[1]　次の線積分の値を求めよ．
　(i) 積分路である有向曲線 C をパラメータ表示せよ．
　(ii) 有向曲線 C を図示せよ．
　(iii) 線積分を求めよ．

(1) $I_1 = \displaystyle\int_C (x^2 + y^2)\,dx + 2xy\,dy$,　C : 点 $(2,1)$ から 点 $(5,-3)$ へ直線的に移動．

(2) $I_2 = \displaystyle\int_C x^2 y\,dx + e^{x^2}\,dy$,　C : 曲線 $y = x^2$ 上で点 $(-1,1)$ から $(3,9)$ へ移動．

(3) $I_3 = \displaystyle\int_C xy\,dx + x^2\,dy$,　C : 単位円を点 $(1,0)$ から点 $(0,1)$ へ反時計回りに移動．

[2]　次の線積分をグリーンの定理を用いて多重積分へ帰着させ計算せよ．
　ただし，有向曲線 C は単位円の周を反時計回りに 1 周するものとする．

(1) $\displaystyle\int_C (e^{x^2} + y)\,dx + (y^5 + x^2)\,dy$

(2) $\displaystyle\int_C (y^2 - y)\,dx + (3y^2 x - x)\,dy$

[3]　（加点）変数変換 $x = a\cosh t$, $y = a\sinh t$ におけるヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(a,t)}$ を求めよ．