

解析学 II (近藤) 小テスト #4 (2002 年 10 月 31 日)

[1] 直交座標 xy と 斜交座標 uv との座標変換について次の問いに答えよ . ただし

$$x = \alpha u + \beta v, \quad y = \gamma u + \delta v$$

であり , $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は条件 $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$ を満たす定数とする .

(1) uv 座標から xy 座標への座標変換を考える .

このとき点 P, Q が uv 座標で $P(u, v) = (1, 0), Q(u, v) = (0, 1)$ と表わされるとき , xy 座標ではどのように表わされるか .

(2) xy 座標から uv 座標への座標変換を考える .

このとき点 P, Q が xy 座標で $P(x, y) = (1, 0), Q(x, y) = (0, 1)$ と表わされるとき , uv 座標ではどのように表わされるか .

(3) 関数 f に対して uv 座標から xy 座標への座標変換を行なう .

このとき偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$ を $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を用いて表わせ .

(ヒント : $f = f(x, y) = f(x(u, v), y(u, v))$ を u と v とでそれぞれ偏微分する .)

(4) 偏微分演算子 $\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v}$ をそれぞれ $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$ を用いて表わせ .

(ヒント : (3) の結果を用いる .)

(5) 関数 f に対して xy 座標から uv 座標への座標変換を行なう .

このとき偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$ を用いて表わせ .

(6) 偏微分演算子 $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}$ をそれぞれ $\frac{\partial}{\partial u}, \frac{\partial}{\partial v}$ を用いて表わせ .

(7) 関数 $F = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2$ に対して

xy 座標から uv 座標への座標変換を行なう .

関数 F を $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$ を用いて表わせ .

[2] 次の表の空欄を埋め表を完成せよ (加点)

	グザイ xi	イータ eta	ゼータ zeta	ミュー mu	ニュー nu
小文字					
大文字	Ξ	H	Z	M	N