

解析学II (近藤) 小テスト#9 (2002年12月12日)

- [1] 領域 $D_1 = \{(x, y) \mid -1 \leq y + x \leq 3, -5 \leq y - x \leq 4\}$ における
多重積分 $I_1 = \iint_{D_1} (x + y)^2 dx dy$ の値を求める。
このとき次の問に答えよ。
- (i) 領域 D_1 を図示せよ。
 - (ii) $x = \frac{u+v}{2}, y = \frac{-u+v}{2}$ により座標変換 $(x, y) \rightarrow (u, v)$ を行なう。
このとき領域 D_1 は領域 E_1 に写されたとする。
領域 E_1 を求め、さらに図示せよ。
 - (iii) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ を求めよ。
 - (iv) 多重積分 I_1 を求めよ。
- [2] 領域 $D_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq y - x^2 \leq 1, -1 \leq x \leq 1\}$ における
多重積分 $I_2 = \iint_{D_2} x^4(y - x^2) dx dy$ の値を求める。
このとき次の問に答えよ。
- (i) 領域 D_2 を図示せよ。
 - (ii) $x = t, y = t^2 + b$ により座標変換 $(x, y) \rightarrow (t, b)$ を行なう。
このとき領域 D_2 は領域 E_2 に写されたとする。
領域 E_2 を求め、さらに図示せよ。
 - (iii) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(t, b)}$ を求めよ。
 - (iv) 多重積分 I_2 を求めよ。
- [3] 領域 $D_3 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$ における
多重積分 $I_3 = \iint_{D_3} (x + y)^2 dx dy$ の値を求める。
このとき次の問に答えよ。
- (i) 領域 D_3 を図示せよ。
 - (ii) $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ により座標変換 $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$ を行なう。
このとき領域 D_3 は領域 E_3 に写されたとする。
領域 E_3 を求め、さらに図示せよ。
 - (iii) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ。
 - (iv) 多重積分 I_3 を求めよ。

[4] 領域 $D_4 = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0, z \geq 0\}$ における
 多重積分 $I_4 = \iiint_{D_4} (yz + zx) dx dy dz$ の値を求めよ .

このとき次の間に答えよ .

- (i) $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$ により
 座標変換 $(x, y) \rightarrow (r, \theta, \varphi)$ を行なう . このとき領域 D_4 は
 領域 E_4 に写されたとする . 領域 E_4 を求めよ .
- (ii) ヤコビアンが $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \varphi)} = r^2 \sin \theta$ であることを用いて ,
 多重積分 I_4 を求めよ .

[5] 次の表の空欄を埋め表を完成せよ (加点)

	アルファ alpha	ベータ beta	ガンマ gamma	デルタ delta	イプシロン epsilon	ゼータ zeta
小文字	α	β	γ	δ	ϵ, ε	ζ
大文字	A	B	Γ	(1)	E	Z
	イータ eta	シータ theta	イオタ iota	カッパ kappa	ラムダ lambda	ミュー mu
小文字	η	θ, ϑ	ι	κ	λ	μ
大文字	H	(2)	I	K	Λ	M
	ニュー nu	グザイ xi	オミクロン omicron	パイ pi	ロー rho	シグマ sigma
小文字	ν	ξ	\omicron	π, ϖ	ρ, ϱ	σ
大文字	N	Ξ	O	Π	P	(3)
	タウ tau	ユプシロン upsilon	ファイ phi	カイ chi	プサイ psi	オメガ omega
小文字	τ	υ	ϕ, φ	χ	ψ	ω
大文字	T	Υ	Φ	X	(4)	(5)