

## 解析学II (近藤) 小テスト#9 (2002年12月12日)

- [1] 領域  $D_1 = \{(x, y) \mid -1 \leq y + x \leq 3, -5 \leq y - x \leq 4\}$  における  
多重積分  $I_1 = \iint_{D_1} (x + y)^2 dx dy$  の値を求める。  
このとき次の問に答えよ。
- (i) 領域  $D_1$  を図示せよ。
  - (ii)  $x = \frac{u+v}{2}, y = \frac{-u+v}{2}$  により座標変換  $(x, y) \rightarrow (u, v)$  を行なう。  
このとき領域  $D_1$  は領域  $E_1$  に写されたとする。  
領域  $E_1$  を求め、さらに図示せよ。
  - (iii) ヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$  を求めよ。
  - (iv) 多重積分  $I_1$  を求めよ。
- [2] 領域  $D_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq y - x^2 \leq 1, -1 \leq x \leq 1\}$  における  
多重積分  $I_2 = \iint_{D_2} x^4(y - x^2) dx dy$  の値を求める。  
このとき次の問に答えよ。
- (i) 領域  $D_2$  を図示せよ。
  - (ii)  $x = t, y = t^2 + b$  により座標変換  $(x, y) \rightarrow (t, b)$  を行なう。  
このとき領域  $D_2$  は領域  $E_2$  に写されたとする。  
領域  $E_2$  を求め、さらに図示せよ。
  - (iii) ヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(t, b)}$  を求めよ。
  - (iv) 多重積分  $I_2$  を求めよ。
- [3] 領域  $D_3 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$  における  
多重積分  $I_3 = \iint_{D_3} (x + y)^2 dx dy$  の値を求める。  
このとき次の問に答えよ。
- (i) 領域  $D_3$  を図示せよ。
  - (ii)  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$  により座標変換  $(x, y) \rightarrow (r, \theta)$  を行なう。  
このとき領域  $D_3$  は領域  $E_3$  に写されたとする。  
領域  $E_3$  を求め、さらに図示せよ。
  - (iii) ヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$  を求めよ。
  - (iv) 多重積分  $I_3$  を求めよ。

[4] 領域  $D_4 = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0, z \geq 0\}$  における  
 多重積分  $I_4 = \iiint_{D_4} (yz + zx) dx dy dz$  の値を求めよ .

このとき次の間に答えよ .

- (i)  $x = r \sin \theta \cos \varphi, y = r \sin \theta \sin \varphi, z = r \cos \theta$  により  
 座標変換  $(x, y) \rightarrow (r, \theta, \varphi)$  を行なう . このとき領域  $D_4$  は  
 領域  $E_4$  に写されたとする . 領域  $E_4$  を求めよ .
- (ii) ヤコビアンが  $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \varphi)} = r^2 \sin \theta$  であることを用いて ,  
 多重積分  $I_4$  を求めよ .

[5] 次の表の空欄を埋め表を完成せよ ( 加点 )

	アルファ alpha	ベータ beta	ガンマ gamma	デルタ delta	イプシロン epsilon	ゼータ zeta
小文字	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon, \varepsilon$	$\zeta$
大文字	$A$	$B$	$\Gamma$	(1)	$E$	$Z$
	イータ eta	シータ theta	イオタ iota	カッパ kappa	ラムダ lambda	ミュー mu
小文字	$\eta$	$\theta, \vartheta$	$\iota$	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$
大文字	$H$	(2)	$I$	$K$	$\Lambda$	$M$
	ニュー nu	グザイ xi	オミクロン omicron	パイ pi	ロー rho	シグマ sigma
小文字	$\nu$	$\xi$	$o$	$\pi, \varpi$	$\rho, \varrho$	$\sigma$
大文字	$N$	$\Xi$	$O$	$\Pi$	$P$	(3)
	タウ tau	ユプシロン upsilon	ファイ phi	カイ chi	プサイ psi	オメガ omega
小文字	$\tau$	$\upsilon$	$\phi, \varphi$	$\chi$	$\psi$	$\omega$
大文字	$T$	$\Upsilon$	$\Phi$	$X$	(4)	(5)