

解析学II (近藤) 小テスト#6 (2003年11月13日)

[1] 次の問に答えよ .

- (1) 条件 $y^3 - xy^2 - x + 1 = 0$ から定まる陰関数 y について y', y'' を求めよ .
- (2) 条件 $z^x = xy$ から定まる陰関数 z について $z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy}, z_{xy}$ を求めよ .

[2] 2次元平面 xy 内の曲線 $F(x, y) = x^3 - xy - y^3 + y = 0$ を考える .
 $F = 0$ で定義される陰関数を $y = f(x)$ とおく .

このとき次の問に答えよ .

- (1) $f'(x)$ を求めよ .
- (2) 点 $P(1, 1)$ における曲線 $F = 0$ の微係数 $f'(1)$ を求めよ .
- (3) 点 $P(1, 1)$ における曲線 $F = 0$ の単位法線ベクトルを求めよ .
- (4) 点 $P(1, 1)$ における曲線 $F = 0$ の接線の方程式を求めよ .
- (5) 関数 $f(x)$ をテイラー展開し1次近似せよ .

[3] 3次元空間 xyz 内の曲面 $F(x, y, z) = xz + yz - z^2 - 4 = 0$ を考える .
 $F = 0$ で定義される陰関数を $z = f(x, y)$ とおく .

このとき次の問に答えよ .

- (1) $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ .
- (2) 点 $P(9, -4, 1)$ における曲面 $F = 0$ の偏微係数 $f_x(9, -4), f_y(9, -4)$ を求めよ .
- (3) 点 $P(9, -4, 1)$ における曲面 $F = 0$ の $\nabla F(9, -4, 1)$ を求めよ .
- (4) 点 $P(9, -4, 1)$ における曲面 $F = 0$ の単位法線ベクトルを求めよ .
- (5) 点 $P(9, -4, 1)$ における曲面 $F = 0$ の接平面の方程式を求めよ .
- (6) 関数 $f(x, y)$ をテイラー展開し1次近似せよ .