

電気系学科 2003 年度 線形代数学 II 中間試験問題

[I] \mathbb{R}^3 の部分集合 W_1, W_2 が \mathbb{R}^3 の部分空間であるかどうか示せ .

$$(1) \quad \mathbb{R}^3 \supset W_1 = \left\{ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{0} \right\}$$

$$(2) \quad \mathbb{R}^3 \supset W_2 = \left\{ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{array}{l} x + y - z \leq 1 \\ 2x - y + z \leq 0 \end{array} \right\}$$

[II] 線形変換 $T_A: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$; $\mathbf{y} = T_A(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ を考える . ただし

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

とする . このとき次の問に答えよ .

- (1) $\text{Ker}(T_A)$ の基の組の一つと $\text{null}(T_A)$ を求めよ .
- (2) $\text{Im}(T_A)$ の基の組の一つと $\text{rank}(T_A)$ を求めよ .
- (3) T_A の標準基底に関する表現行列を求めよ .
- (4) T_A の基底 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4\}$ に関する表現行列を求めよ . ただし

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

とする .

[III] 線形変換 $T: \mathbb{R}[x]_2 \rightarrow \mathbb{R}[x]_2$;

$$g(x) = T(f)(x) = f(0)(1 + x + x^2) + (1 + x)f'(x) - (1 + x + x^2)f''(x)$$

を考える . このとき次の問 (1),(2) に答えよ .

- (1) 線形変換 T の基 $\{1, x, x^2\}$ に関する表現行列 A を求めよ .
- (2) 線形変換 T の基 $\{1 + x, x + x^2, x^2\}$ に関する表現行列 B を求めよ .