

解析学I (担当: 近藤) #9 2005年6月23日

[I] 関数 $f(x)$ に関して点 $x=0$ まわりでのテイラー級数を書け.

$$(1) f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}} \quad (2) f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

[II] 関数 $f(x) = \cos x$ の近似を考える. 次の問に答えよ.

- (1) 関数 $f(x)$ を点 $x=0$ のまわりで点 x について有限テイラー展開せよ.
- (2) 関数 $f(x)$ を原点の近くで多項式により近似せよ.
0次, 2次, 4次の近似多項式 $f_0(x), f_2(x), f_4(x)$ を求めよ.
- (3) 多項式 $f_0(x), f_2(x), f_4(x)$ のグラフを描け.
- (4) 近似多項式 $f_0(x), f_2(x), f_4(x)$ の誤差が0.001未満となる x の範囲を求めよ.

[III] 次の極限をテイラー級数展開を用いて求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - \sin x}{x^2} \quad (2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + x^2} - x \right)$$