線形代数学 II（近藤）　演習問題#3

問 1　ベクトルの組 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ の一次独立な最大個数とそのときの組合わせをひとつ示せ．またそれ以外の一次従属なベクトルを一次独立なベクトルの一次結合で表わせ．

(1)　$\mathbb{R}^2 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$

(2)　$\mathbb{R}^2 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}.$

(3)　$\mathbb{R}^2 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$

(4)　$\mathbb{R}^2 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}.$

(5)　$\mathbb{R}^3 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$

(6)　$\mathbb{R}^3 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

(7)　$\mathbb{R}^3 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$

(8)　$\mathbb{R}^3 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$

(9)　$\mathbb{R}^3 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_6 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$

(10)　$\mathbb{R}^4 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$

(11)　$\mathbb{R}^4 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$

(12)　$\mathbb{R}^4 \ni \boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{a}_6 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$