

解析学I (担当:近藤) #1
2006年4月20日

[I] 次の数列について (i) 概形を書け. (ii) 一般項を表せ. (iii) 極限を求めよ.

$$(1) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

$$(2) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{13}, \frac{1}{8}, \frac{1}{19}, \frac{1}{11}, \dots$$

[II] 次の一般項で定義される数列について (i) 概形を書け. (ii) 有限確定, 有限不確定, 無限確定, 無限不確定のいずれであるか答えよ.

$$(1) a_n = -n \quad (2) a_n = (-1)^{n-1}$$

$$(3) a_n = (-1)^{n-1}n \quad (4) a_n = (-1)^n 2^{-n}$$

$$(5) a_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

[III] 次の極限值を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5n - 3}{n^2 + 3n} \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n + 2^n}{3^n}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} - 1}{n}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$$

[IV] 次の数式について (i) 部分和の数列 $\{S_n\}$ を求めよ. (ii) 級数の値を求めよ.

$$(1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n} \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

[V] 次の級数は収束するか発散するか述べよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2} \quad (3) \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{4n-2}{3n-5}\right)^n$$

[VI] 次の級数が絶対収束級数か条件収束級数か答えよ.

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{a^n}{n!}$$