

解析学I (担当:近藤) #6
2006年6月1日

[I] 次の関数 (1),(2) について

(i) $f(x)$ のグラフを書け .

(ii) $x = a$ における接線の方程式を求めよ .

(iii) 接線のグラフを書け .

(1) $f(x) = x^2 + 2x - 3, a = 2$

(2) $f(x) = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{2} \right), a = \frac{\pi}{3}$

[II] 次の関数が C^n 級の関数であるか
不連続関数であるか答えよ .

(1) $f(x) = 2x^3 + 3x + 5$

(2) $f(x) = \begin{cases} -x^3 & (x < 0) \\ x^2 & (x \geq 0) \end{cases}$

(3) $f(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 & (x \geq 0) \end{cases}$

(4) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$

[III] 巾級数 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ は

$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|c_n|}}$ が存在するとき

$|x| < r$ において絶対収束することを示せ .

[IV] 次の巾級数の収束半径を求めよ .

(1) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

(3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}$ (4) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} x^n$

(5) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n n (x-1)^n$ (6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$

(7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n^2}$ (8) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) x^n$