

線形代数学 II(2)(近藤)

学期末試験

問 1

(1) 線形変換に関する固有値, 固有ベクトル, 固有空間の定義を述べよ (10 点)

(2) 正方行列 A, B, P (P : 正則) が $B = P^{-1}AP$ をみたすとき, A, B の固有値はすべて等しいことを証明せよ (10 点)

問 2

次の線形変換 f の固有空間を求めよ.

(1) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; 点 x から点 x と原点 0 との中点 y への変換 $x \mapsto y$ (10 点)

(2) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$; $y = f(x) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} x$ (10 点)

(3) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$; $y = f(x) = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} x$ (10 点)

問 3

行列 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ を直交行列で対角化せよ (30 点)

問 4

2 次曲線 $5x^2 + 5y^2 - 6xy = 8$ を図示せよ (20 点)