

裏ページの解答欄に答えのみを書け．途中計算などは計算用紙に書き，持ちかえること．

問 1. 2 つのベクトルに関する (a) 内積と (b) 方向余弦を求めよ．(4 点 × 3)

(1) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

問 2. ベクトルの外積を求めよ．(4 点 × 3)

(1) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

問 3. \mathbb{R}^3 の点 $A(1, -2, 1), B(3, 1, 0), C(2, 3, -1)$ を考える．

- (1) 直線 BC の方程式を成分表示で求めよ．(3 点)
(2) 点 A から直線 BC への正射影 D の座標を求めよ．(5 点)
(3) 点 A と直線 BC の距離を求めよ．(5 点)

問 4. \mathbb{R}^3 の 3 点 $(4, 0, 2), (2, -1, 0), (2, 1, 1)$ を通る平面の方程式を成分表示で求めよ．(5 点)

問 5. \mathbb{R}^3 の直線 $\frac{x+2}{-2} = y-3 = \frac{y-1}{-3}$ と平面 $2x - y + 3z + 2 = 0$ との交点の座標を求めよ．(5 点)

問 6. 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ に対して (a) AA^T , (b) $A^T A$ を求めよ．(4 点 × 2)

問 7. 連立 1 次方程式の (a) 係数行列の階数, (b) 拡大係数行列の階数, (c) 解を求めよ．(10 点 × 4)

(1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -3 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 9x_5 = 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ -6x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 8x_2 + 5x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

問 8. $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ を簡約化し B とする． $B = PA$ をみたす P を求めよ．(5 点)

線形代数学 I (2)

近藤弘一

中間試験

持ち込み一切不可