

解析学I (担当:近藤) #3
2006年5月10日

[I] 関数 $f(x) = |\log x|$ について

(i) 関数 $f(x)$ のグラフを描け.

(ii) $x = 1$ における右微分係数 $f'(1+0)$, 左微分係数 $f'(1-0)$ を求めよ.

(iii) 関数 $f(x)$ は $x = 1$ で微分可能であるか述べよ.

(iv) 関数 $f'(x)$ のグラフを描け.

[II] 関数 $f = f(x), g = g(x)$ が微分可能なとき,

関係式 $(fg)' = f'g + fg'$ を証明せよ.

[III] $\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$ を示せ.

[IV] 次の関数の導関数を書け．

(1) $f(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{N}) \quad f'(x) =$

(2) $f(x) = \sqrt[n]{x} \quad (n \in \mathbb{N}) \quad f'(x) =$

(3) $f(x) = \frac{1}{x^n} \quad (n \in \mathbb{N}) \quad f'(x) =$

(4) $f(x) = x^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R}) \quad f'(x) =$

(5) $f(x) = \log x \quad f'(x) =$

(6) $f(x) = \log_a x \quad f'(x) =$

(7) $f(x) = e^x \quad f'(x) =$

(8) $f(x) = a^x \quad (a > 0) \quad f'(x) =$

(9) $f(x) = \sin x \quad f'(x) =$

(10) $f(x) = \cos x \quad f'(x) =$

(11) $f(x) = \tan x \quad f'(x) =$

(12) $f(x) = \text{Sin}^{-1}x \quad f'(x) =$

(13) $f(x) = \text{Cos}^{-1}x \quad f'(x) =$

(14) $f(x) = \text{Tan}^{-1}x \quad f'(x) =$

(15) $f(x) = \sinh x \quad f'(x) =$

(16) $f(x) = \cosh x \quad f'(x) =$

(17) $f(x) = \tanh x \quad f'(x) =$

(18) $f(x) = \sinh^{-1} x \quad f'(x) =$

(19) $f(x) = \text{Cosh}^{-1}x \quad f'(x) =$

(20) $f(x) = \tanh^{-1} x \quad f'(x) =$

[V] 次の関数の導関数を求めよ.

(1) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-2)^2}$

(2) $4x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{3}} - 2x^{\frac{3}{2}}$

(3) $x^x \quad (x > 0)$

(4) $x^2 \sin 2x$

(5) $\text{Sin}^{-1} \sqrt{x}$

(6) $\cos^{-1} x^2$

(7) $\tan^{-1} \left(\frac{2}{x} \right)$