

解析学I (担当:近藤) #6
2007年5月31日

[I] 次の数列について

(i) 概形を書け. (ii) 一般項を表せ. (iii) 極限を求めよ.

(1) $1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots$ (2) $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, 1, \frac{7}{6}, \frac{9}{7}, \frac{11}{8}, \dots$

[II] 次の極限值を求めよ.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n + 2^n}{3^n}$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$

[III] 次の級数について (i) 級数の第 n 部分和 S_n を求めよ. (ii) 数列 $\{S_n\}$ の概形を書け. (iii) 級数の値を求めよ.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{10^n}$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$

[IV] 次の級数の値を求めよ.

(1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n + 4^n}{5^n}$

[V] 次の級数は収束するか発散するか述べよ.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$ (4) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n-2}{3n-5}\right)^n$

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ (6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n$

[VI] 次の級数が絶対収束級数か条件収束級数か答えよ.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n}{n!}$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n}$ (4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$